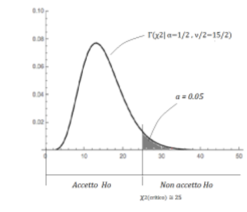
MatematicaMente

ISSN: 2037-6367



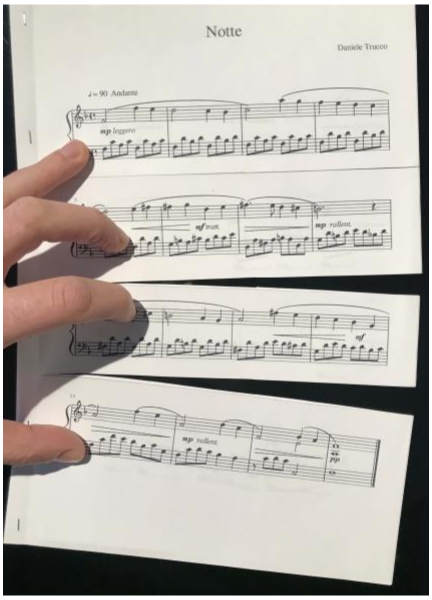
Pubblicazione mensile di proprietà dell'Associazione Mathesis di Verona, per le Scienze Matematiche pure e applicate – Autorizzazione del Tribunale di Verona n. 1360 del 15 – 03 – 1999 – I diritti d'autore sono riservati. Direttore responsabile: Luciano Corso – Redazione: Alberto Burato, Sisto Baldo, Fabrizio Giugni, Michele Picotti, Bruno Stecca, Andrea Sellaroli – Via IV Novembre, 11/b – 37126 Verona – tel. 338 6416432 – e-mail: info@mathesis.verona.it – lcorso@iol.it – Stampa in proprio – Numero 303 – Pubblicato il 07 - 12 - 2022

S-PARTITI:

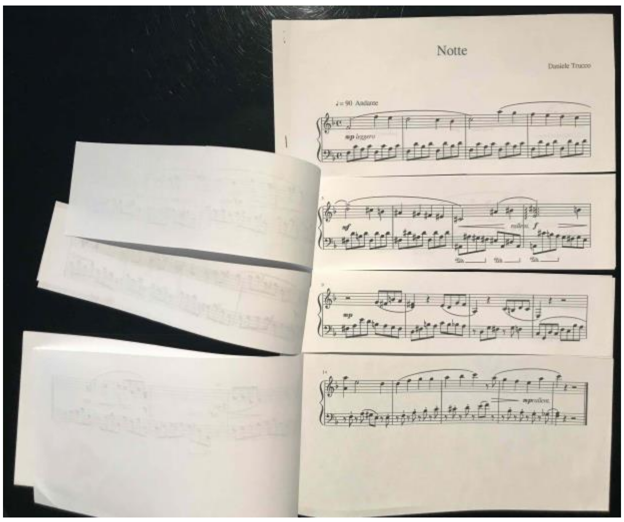
METODO PER LA COMPOSIZIONE DI BRANI MODULARI CON TECNICA COMBINATORIA

di Daniele Trucco [***]

[*Segue dal numero* 302] Dopo aver stampato i quattro spartiti, li si sovrapponga e si pinzino i fogli lungo il lato sinistro come se si trattasse di una rilegatura. Fatto ciò si traccino tre linee a matita a metà tra i pentagrammi doppi della prima pagina e successivamente si taglino tutti e quattro i fogli sovrapposti lungo queste linee fino a circa due centimetri dalla rilegatura. Ne risulteranno quattro strisce sovrapposte tenute insieme da un lembo di carta: ecco nati gli *S-Partiti*.



Il meccanismo, arrivati a questo punto, è molto semplice: ogni brano è composto da 16 battute suddivise in 4 righe per ogni pagina. Ogni riga della prima pagina ha la stessa funzione di ciascuna lettera della ruota più esterna della figura lulliana; ogni riga della seconda pagina può corrispondere alla ruota più interna e così via.



Va da sé che dalla rotazione delle ruote, essendo ogni riga indipendente dalle altre, e combinando le sequenze ottenute ne nascano brani sempre diversi e originali; in questo modo si possono formare $4 \times 4 \times 4 \times 4$ combinazioni di brani con soli 4 spartiti.
Ora si provi a voltare una o più strisce in modo casuale: ne risulterà sempre un brano di senso compiuto formato da 4 righi di 4 battute ciascuno. Ora non rimane che adattare il testo della filastrocca inizialmente proposta alle melodie in modo che ne nascano 256 canzoni con significati diversi.

Ho scelto di registrare una combinazione delle 256 possibili (ascoltabile a questo link: https://www.youtube.com/watch?v=OMmaINuDMZE) mescolando tra loro la prima riga del primo pezzo, la seconda del secondo e così via. Di seguito lo 's-partito':

Gli *S-Partiti* sono stati pubblicati nell'album *Math Music* (2020).
I dettagli che hanno condotto alla creazione delle singole tracce e la spiegazione delle regole nascoste tra le loro note si possono trovare in questa pagina web: https://danieletrucco.blogspot.com/2020/02/math-music.html

Note: *Math Music* è disponibile su Spotify al seguente link: https://open.spotify.com/album/1xetPp9OV7uYNhObcvJhF3 ■ *Math Music* è disponibile su iTunes al seguente link: https://itunes.apple.com/gb/album/id1501377104?app=itunes ■ *Math Music* è disponibile su YouTube Music al seguente link: https://www.youtube.com/playlist?list=OLAK5uy_lrkxQo381MXyltZKyBtA2TkoHA5wchfB4

[***] Musicista, docente e saggista, condirettore dello CFAM (Centro di Formazione Artistico Musicale) di Verzuolo (CN)

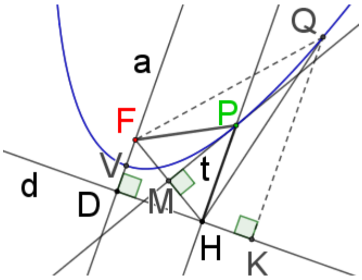
Parabola diversa

Alfio Grasso [*]

Nei nostri libri di testo lo studio di questa curva piana inizia, di solito, con la definizione, affiancata da un grafico in cui gli studenti devono avere fede!

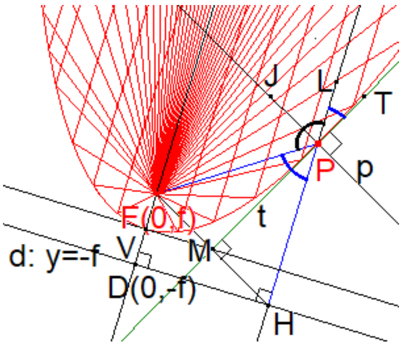
Questo contributo è un approccio, diverso da quello consueto. Esso evidenzia l'importanza e l'efficacia della geometria (e si avvale di un software dinamico, che ha sugli studenti un effetto visivo chiarificatore e ne favorisce la partecipazione attiva). Inoltre, diminuisce di molto i calcoli, sia per trovare l'equazione della parabola con asse coincidente con l'asse *y*, sia per la determinazione delle tangenti a essa, individuandone, con un solo procedimento, anche le coordinate dei punti di contatto.

Gli allievi conoscono già luoghi geometrici, tra cui la circonferenza. È spontaneo allora porre il problema: se oltre a un punto, sia F, assegniamo una retta d cui non appartiene, esistono punti del piano equidistanti dal punto e dalla retta? È naturale considerare il punto medio V tra F e il punto D di d in cui questa è intersecata dalla perpendicolare a per F (1ª figura). Per trovarne altri tracciamo la perpendicolare h a d per un suo punto H e l'asse t del segmento $[F, H]$; la loro intersezione P è equidistante da F e d e descrive il luogo, sia γ. È bene notare che, per costruzione, γ è simmetrica rispetto alla retta $a \equiv FD$.



Proviamo che t è tangente a γ in P. Sia Q un punto di $\boldsymbol{\gamma}$ *diverso* da P; indicata con $\overline{QK}$ la sua distanza da d, $QH > \overline{QK}$ ma $\overline{QK} = \overline{QF}$ perché Q sta su γ, così $\overline{QH} > \overline{QF}$. Allora Q appartiene al semipiano individuato da t cui appartiene F (1ª figura), quindi $t \cap \gamma = \{P\}$ e t, asse di [*F*, *H*], è tangente a γ in $\boldsymbol{P}$. Tutti gli altri punti di γ sono nel semipiano che contiene F rispetto a t. In particolare, la retta x per V perpendicolare ad a non interseca γ in alcun altro punto, quindi è tangente alla parabola in V; perciò, si dice che *la parabola volge la concavità verso F*.

Prima di dare la definizione è chiarificatrice la seguente osservazione. L'angolo $M\hat{P}H$ è opposto al vertice P di $T\hat{P}L$ ed $F\hat{P}M$ è simmetrico di $H\hat{P}M$ rispetto a *t*; allora $F\hat{P}M \cong T\hat{P}L$ (2ª figura). Se tracciamo ora per P la perpendicolare PJ a *t*, $J\hat{P}F \cong L\hat{P}J$ perché complementari degli angoli isometrici $F\hat{P}M$ e $T\hat{P}L$. Così, pensando γ formata di una sottile striscia riflettente, il raggio luminoso LP – perpendicolare a d – cioè parallelo all'asse, si riflette in F. Allora tutti i raggi luminosi perpendicolari a d si riflettono sul punto F e, per la concentrazione di energia termica, F … prende fuoco (2ª figura).



A questo punto s'introduce la definizione, in cui i termini fuoco e direttrice hanno un senso: *Dati un punto F e una retta d cui non appartiene, si definisce parabola di fuoco F e direttrice d il luogo γ dei punti del piano equidistanti da F e d.*

1) *Equazione della parabola con fuoco F_0 sull' asse y e direttrice d_0 a esso perpendicolare.*

Scegliamo come asse y l'asse di simmetria della parabola e, indicato con D_0 il punto comune a d_0 e all'asse *y*, assumiamo per origine O il punto medio del segmento F_0D_0 (3ª figura). Detta poi f_0 l'ordinata del fuoco $F_0 = (0, f_0)$ l'equazione della direttrice è: $y = -f_0$. Chiamato H_0, di ascissa h_0, un qualunque punto di d_0, la sua ordinata è $-f_0$: $H_0 = (h_0, -f_0)$; allora il punto P che descrive il luogo deve:

1.1) Stare sulla perpendicolare p_0 a d_0 nel punto H_0 di questa.

1.2) Essere equidistante da F_0 e da H_0, cioè stare sull'asse t del segmento $[F_0, H_0]$.

Per la (1.1), P giace sulla retta di equazione (1) $x = h_0$; per la seconda proprietà, scriviamo l'equazione dell'asse t di $[F_0, H_0]$. Il coefficiente angolare di F_0M, o F_0H_0, è $m = -2f_0/h_0$, quindi il coefficiente angolare di t è $m' = -1/m = h_0/(2f_0)$; da ciò, l'equazione di t è: (2) $y = h_0/(2f_0)\ (x - h_0/2)$.

L'equazione cartesiana, cioè in *x* e *y* di γ_0, si ottiene eliminando il parametro h_0 fra (1) e (2). Da (1) $h_0 = x$, che, posta in (2) dà $y = x/(2f_0)(x - x/2)$ da cui $y = x^2/(4f_0)$. Questa, posto $a = 1/(4f_0)$,

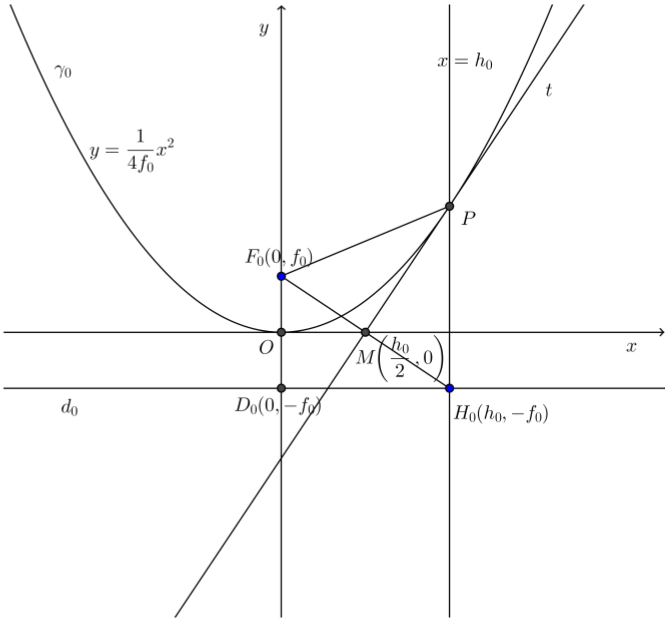


Figura 3ª (redazionale)

e dato che $f_0 = 1/(4a)$, diviene: (3) $y = ax^2$.

2) *Equazione della tangente alla parabola γ_0 di equazione $y=ax^2$ in un suo punto $P_0 = (x_0, y_0)$.*

Poiché $P_0 \in \gamma_0$, $y_0 = ax_0^2$. E, per quanto detto in precedenza, sappiamo che l'equazione cercata è quella della perpendicolare t per P_0 alla retta F_0H_0, o F_0M, di coefficiente angolare $m = -1/(2ax_0)$. Così il coefficiente angolare di t è: $m' = 2ax_0$. Allora l'equazione cercata è $y - y_0 = 2ax_0(x - x_0)$, cioè $y = 2ax_0x - 2ax_0^2 + y_0$, che possiamo anche scrivere come:

(4) $y = 2ax_0x - y_0$ o $y = 2ax_0x - ax_0^2$.

3) *Equazioni delle tangenti a una parabola di equazione $y=ax^2$ per un punto a essa esterno.*

Data la parabola γ_0 di equazione $y = x^2/8$ e il punto $A = (5, 2)$ a essa esterno, determinare le equazioni delle tangenti da A e le coordinate dei punti T_1 e T_2 di contatto.

Scriviamo l'equazione della tangente t a γ_0 in un suo qualunque punto $P_0 = (x_0, y_0)$ e imponiamo che t passi per A, tenendo conto della condizione di appartenenza di P_0 a γ_0: $P_0 = (x_0, x_0^2/8)$. Da (4), l'equazione di t è (5) $y = x_0x/4 - x_0^2/8$. Affinché A stia su t le sue coordinate devono soddisfarne l'equazione: $2 = 5x_0/4 - x_0^2/8$, cioè $x_0^2 - 10x_0 + 16 = 0$; per essa $\Delta/4 = 25 - 16 = 9 > 0$; allora: $x_0 = 5 \pm 3$, da cui $x_{01} = 8$ e $x_{02} = 2$. Dalla (5) le equazioni delle tangenti condotte da A sono:

$$y = 2x - 8 \qquad , \qquad y = \tfrac{1}{2}x - \tfrac{1}{2}.$$

Per ottenere le ordinate dei punti di tangenza, poiché questi appartengono a γ_0, basta sostituire x_{01} e x_{02}, ordinatamente, nella sua equazione:

$$\begin{cases} x_{01} = 8 \\ y_{01} = 8 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_{02} = 2 \\ y_{02} = 1/2 \,. \end{cases}$$

Assegnato un punto $V = (x_v, y_v)$, la traslazione del piano individuata dal segmento orientato $\overrightarrow{OV}$ consente di ottenere l'equazione $y - y_v = a(x - x_v)^2$ che, svolti i calcoli, con opportune posizioni, si può scrivere sotto la forma: $y = ax^2 + bx + c$.

Essa è l'equazione di una parabola con l'asse di simmetria parallelo all'asse *y*.

Riferimenti bibliografici:

[B.1] L. Lombardo Radice e L. Mancini Proia, *Il metodo matematico*, Volume II, Principato, 1988, Milano. [B.2] W. Maraschini e M. Palma, *Manumat*, Volume II, Paravia 1992, Torino.

[*] Già professore di matematica, di Giarre, grassoalfino@yahoo.it .